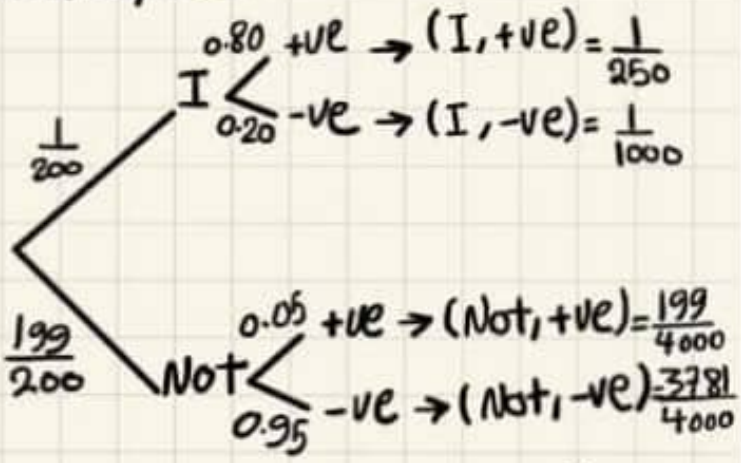
Statistics, lecture 11:

Problem 39, Book



a) $P(I|+ve) = \frac{P(I \cap +ve)}{P(+ve)} = \frac{\frac{1}{250}}{\frac{1}{250} + \frac{199}{4000}}$

b) $P(-ve|Not) = \frac{P(-ve \cap Not)}{P(-ve)} = \frac{\frac{1}{1000}}{\frac{1}{1000} + \frac{3781}{4000}}$

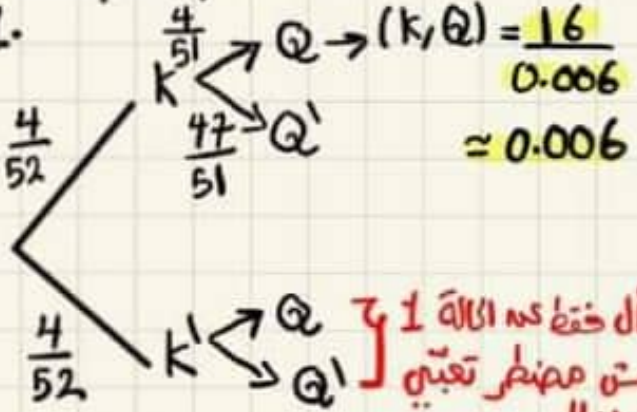
e.g 2, Book, P :

$P(Male|Yes) \Rightarrow \frac{532}{1151}$

Yes ← كل اللي عكوا واحد
male ← ذ

Example 3, book :

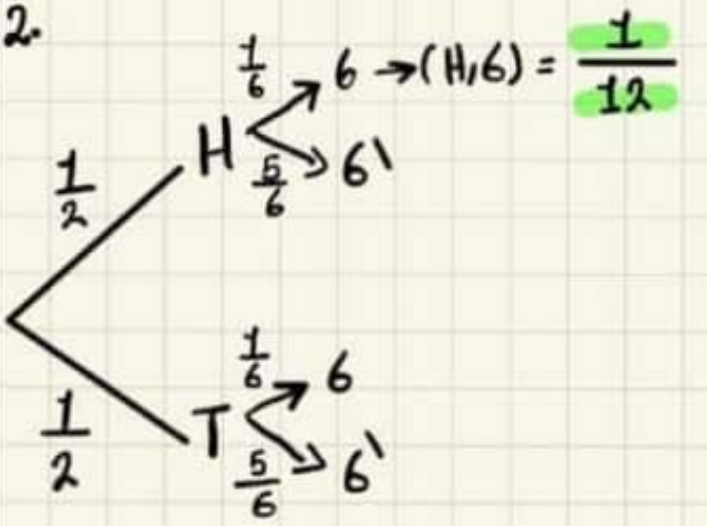
1.



هو سأل فقط كم الاحتمالية 1 اذاً حتى مضطر تعبّي كل الجدول

K Q	others
4	44

2.



or

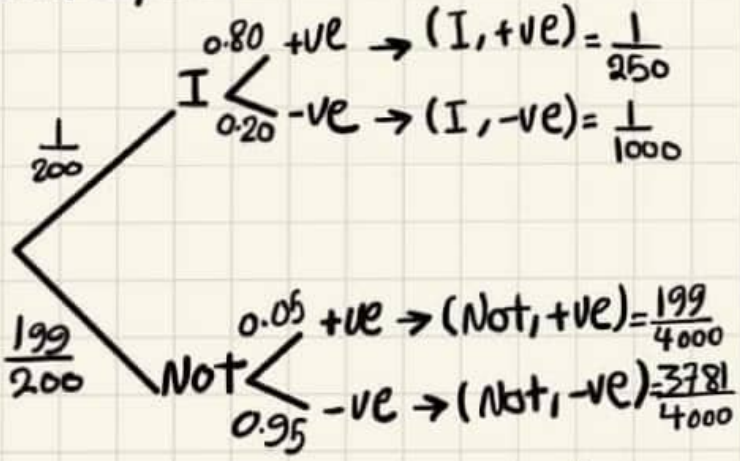
	1	2	3	4	5	6
H	x	x	x	x	x	x
T	x	x	x	x	x	x

$\frac{1}{12}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Statistics, lecture 11:

Problem 39, Book



a) $P(I|+ve) = \frac{P(I \cap +ve)}{P(+ve)} = \frac{\frac{1}{250}}{\frac{1}{250} + \frac{199}{4000}}$

b) $P(-ve|Not) = \frac{P(-ve \cap Not)}{P(-ve)} = \frac{\frac{1}{1000}}{\frac{1}{1000} + \frac{3781}{4000}}$

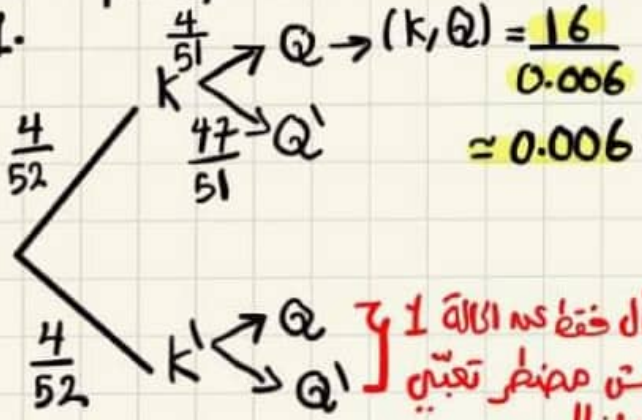
e.g 2, Book, P :

P(Male | Yes) ⇒ $\frac{532}{1151}$

← حد كل اللي طلعوا واحد Yes و male

Example 3, book :

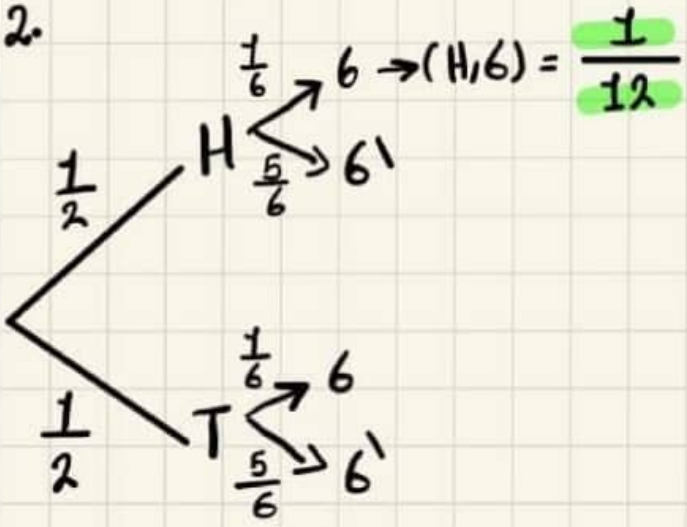
1.



هو سأل فقط عن الحالة 1 اذاً حتى مضطر تعبّي كل الجدول

K Q	others
4 4	44
3	

2.



or

	1	2	3	4	5	6
H	x	x	x	x	x	x
T	x	x	x	x	x	x

$\frac{1}{12}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Example 3, Book, p: 181

$P(75{,}000-124{,}000) = \frac{7+9}{36} = 0.444$

الكتاب حل بالطريقة التالية:

$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B)$

$\cup \quad = \frac{7}{36} + \frac{9}{36} = 0.444$

* Counting Principles *

i) Multiplication Rule
ii) Factorial (!)
iii) Permintation ^{n}pr
iv) Combination $^{n}cr = \binom{n}{r}$

* Multiplication Rule *

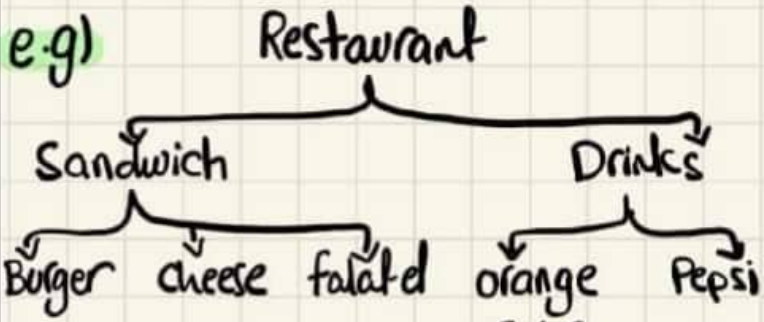
عدد طرق التجربة = عدد طرق المرحلة 1 × عدد طرق المرحلة 2

$n1 \times n2$

تذكر مثال وفي قطعة النقود
وفي حجر النرد

If a 1st operation can be performed in any of n_1 ways, and a second operation can be performed in any of n_2 ways, then both operations can be performed (the second immediately following the 1st) in $n_1 \times n_2$ ways

e.g)



meals: (Burger + orange juice), (Burger + Pepsi)
(cheese, orange juice), (cheese, Pepsi)
(Falafel, orange juice), (falafel, pepsi)
$2 \times 3 = 6$

e.g) A fair die is rolled 5 times. what is the Prob. that no. 2 dice show the same no. of spots.

Sol) $n(S) = 6^5$

$$\frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{6^5}$$

$= 0.0932$

* The factorial *

$n! = n(n-1)(n-2)(n-3)\ldots(3)(2)(1)$
$n \in N = \{1, 2, 3, \ldots\}$

e.g) $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$
$3! = 3 \times 2 \times 1$
$2! = 2 \times 1$
$1! = 1$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Note: $0! = 1 \Rightarrow$ Take it as a fact

e.g) Solve:

i) $n! = 1 \Rightarrow n = 0$ or $n = 1$

ii) $n! = n \Rightarrow n = 1, n = 2$

Note:

$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$5! = 5 \times 4!$

$5! = 5 \times 4 \times 3!$

بإمكاني اكتبها هيك وهيك مثلاً

اذاً يمكن اتسلسل لعند رقم معين، احط ! و أوقف

e.g) Evaluate:

i) $\frac{10!}{8!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8!} = 90$

ii) $\frac{5!}{71} = \frac{5!}{7 \times 6 \times 5!} = \frac{1}{42} \approx 0.024$

e.g) Solve:

i) $\frac{n!}{(n-2)!} = 12$ طبعاً بالحاسبة عندك حابين هيك

$\frac{n \times (n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = 12$

$n(n-1) = 12$

$n^2 - n - 12 = 0$

$(n-4)(n+3) = 0$

$n = 4$ ✓ $\quad n = -3$ ✗

ii) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 20$

$\frac{(n+1)(n)(n-1)!}{(n-1)!} = 20$

$n^2 + n - 20 = 0$

$(n+5)(n-4) = 0$

$n = -5$ ✗ $\quad n = 4$ ✓

e.g) 5 Books

$= 5!$

كتبي رف و5 كتب، بكم طريقة ممكن اترتبهم؟

اذاً تكمن أهمية المضروب في انه لمكننا من ترتيب n من العناصر في n مكان

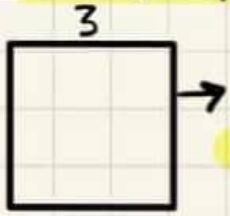
5 كتب في 5 اماكن مثلاً

Permutation: is an ordered arrangment of objects. The no. of different permutations of n distinct objects is n!

Example 1, book, p

{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

اي صف في السودوكو يلزم ان يتكون من 9 ارقام ومن تكرار ونفس الوضع بالنسبة للاعمدة



اي مربع ثلاثي يلزم ان يتكون ايضاً من 9 ارقام ومن تكرار

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Q: How many different ways can th 1st row of a blank 9x9 sudoku grid be filled ؟

Sol: $9! = 362880$

طب لو مكالك حسوها تكرر الرقم في الجواب: 9^9

* Permitations: ${}^nP_r$ *

$${}^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

e.g) ${}^{10}P_2 = \frac{10!}{8!}$

$= \frac{10 \times 9 \times 8!}{8!} = 90$

شو معنى الكل؟

افترض انه عندك 10 كتب وبدك تحط 2 منهم في رفين

اول مكان اختاري	ثاني مكان اختاري
10 خيارات اختار 1 منهم	9 خيارات اختار 1 منهم

$9 \times 10 = 90$ ✓

e.g) ${}^{10}P_0 = \frac{10!}{10!} = 1$ "حالة خاصة"

e.g) ${}^{10}P_1 = \frac{10 \times 9!}{9!} = 10$

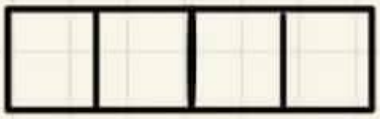
e.g) ${}^{10}P_{10} = \frac{10!}{0!} = 10!$

Notes: احفظوهم

1) ${}^nP_0 = 1$ 2) ${}^nP_1 = n$ 3) ${}^nP_n = n!$

$= {}^nP_{n-1}$

e.g) $\{1,2,3,4,5,6\}$



* كون رقم من 4 خانات اذا التكرار ممنوع.

$6 \times 5 \times 4 \times 3 = {}^6P_4 = 360$

Example 2, book, p 191:

digits ⇒ "الأعداد من خانة واحدة" من 0 الى 9

$\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

Sol) $10 \times 9 \times 8 \times 7 = {}^{10}P_4 = 5040$

Example 3, book, p 191:

Sol) $33 \times 32 \times 31 = {}^{33}P_3 = 32,736$

لاحظ Permitations من حالة خاصة من Factorial

e.g) Solve for n:

i) ${}^nP_2 = 6 \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)! \times 2!} = 6$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$\frac{n \times (n-1) \times (n-2)!}{2 \times (n-2)!} = 6$$

$$n(n-1) = 6 \Rightarrow n = 3$$

ii) ${}^{n+2}P_2 = 12$

$$\frac{(n+2)!}{n!} = 12$$

$$(n+2)(n+1) = 12$$

$$n = 2$$

* Distinguishable Permutations *

← حالة وجود يونيوك "جديد"

* هنا خاص بالاحرف والكلمات

⇄

* AA: عكس اماكنهم ليس له معنى وبالتالي لو كنت AAAABBC وبدي احسب عدد الطرق الممكنة لترتيبهم في سجلة اماكنه لازم اسقط التكرارات فيكون الحل:

$$\frac{7!}{4! \times 2!} = 105$$

Example 4, book, P :

$$\frac{12!}{6! \times 4! \times 2!} = 13,860$$

* The Combination *

← ليس له علاقة بالترتيب وانما عدد طرق الاختيار.

$${}_nC_r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!} = \frac{{}^nP_r}{r!}$$

e.g) $\binom{10}{2} = \frac{10!}{2!\,8!} = 45$

e.g) $\binom{10}{0} = 1$ "حالة خاصة"

$$\frac{10!}{0! \times 10!} = 1$$

e.g) $\binom{10}{10} = \frac{10!}{10! \times 0!} = 1$

Note: $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$

e.g) $\binom{10}{1} = \frac{10!}{1! \times 9!} = 10$

e.g) $\binom{10}{9} = \frac{10!}{1!\,9!} = 10$

Note: $\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$

e.g) $\binom{1000}{999} = 1000$

e.g) $\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!\,3!} = 10$ "حالة خاصة"

$\binom{5}{3} = \frac{5!}{2!\,3!} = 10$

Note: $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$

e.g) Solve $\binom{n}{3} = \binom{n}{6}$

$n = 3 + 6$

$n = 9$

9 | 10

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

e.g) Solve $\binom{9}{3} = \binom{9}{r}$

$9-3 = r$ or

$r = 6$ $\quad r = 3$

Example 5, book, p193:

$\binom{16}{4} = \frac{16!}{4!\,12!} = 1820$

Example 7, book, p195:

D	D'
13	39

$\frac{\binom{13}{5}}{\binom{52}{5}} = 0.0005$

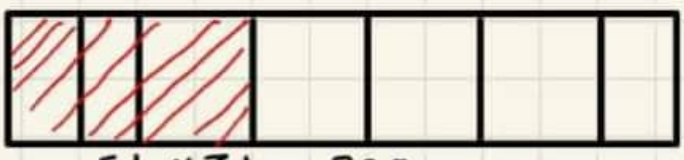
e.g) If we have 7 books (3 Math books, 4 Statistics books) we need to arrange them on a shelf that can take:

i) 7 books ii) 5 books

ii) 7 books but we need the math books to be beside each other.

i) $7!$ ii) ${}^{7}P_5 = 2520$

iii)



$5! \times 3! = 720$

eg) In how many ways can w make a 4-digit number from the set {0, 1, 2, 3, 4, 5} if

a) reputation is allowed.

b) reputation is not allowed

Sol)

a) $5 \times 6 \times 6 \times 6 = 1080$

b) $5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300$

4-digit no. ← 5234

3-digit no. ← 0234

اذاً عنوع أول خانة تكون صفر

e.g) Repeat the previous example to construct a four-digit even no.

Sol) a) $5 \times 6 \times 6 \times 1$ (1 ← not zero, 1 → zero) $= 180$

$5 \times 6 \times 6 \times 2$ (2 or 4) $= 360$

540 total

* لمّا تاخزي كل، بتجمع الجوابين عشان يطلع معك الجواب النهائي.

b) $5 \times 4 \times 3 \times 1$ (1 → zero) $= 60$

$4 \times 4 \times 3 \times 2$ (2 or 4) $= 96$ +

156 method

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

e.g) There are 5 students in a class, what is the Prob that:

a) no 2 students in the class have the same birthday.

b) All the students in the class have the same birthday.

c) Exactly two students have the same birthday.

d) Exactly 3 students in the class have the same birthday.

Sol)

a) $\frac{\text{no. of elements in the event}}{\text{no. of elements of } S}$

$$\frac{365 \times 364 \times 363 \times 362 \times 361}{365 \times 365 \times 365 \times 365 \times 365} =$$

عدد الطرق الكلية

$$\frac{{}^{365}P_5}{(365)^5} =$$

b) $$\frac{365 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1}{(365)^2} = \frac{1}{(365)^4}$$

c) $$\frac{365 \times 1 \times 364 \times 363 \times 362}{(365)^5} * \binom{5}{2}$$

d) $$\frac{365 \times 1 \times 1 \times 364 \times 363}{(365)^5} * \binom{5}{3}$$

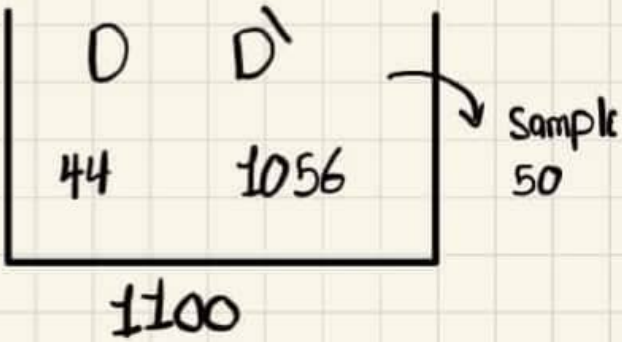
e.g) A lot consists of 1100 distinct items. There are 4 percent defective items in the lot. What is the prob. that a random sample of size 50 items contains

a) exactly 4 defective items

b) At most 2 defective items

c) At least 3 defective items.

Sol)



$\frac{4}{100} \times 1100 = 44$ defective

$1100 - 44 = 1056$ not-defective

a) $P(4D, 46D') =$

$$\frac{\binom{44}{4} \times \binom{1056}{46}}{\binom{1100}{50}}$$

يمكن تخلي الجواب هيك

* دائماً الاختيار " لما اسحب بنفس الوقت مع أو عشوائياً و2 استخدم التوافيق "

* انتبه ... يمكن بدل $\binom{44}{4}$ يكون كاتب $\binom{44}{40}$ وانت لازم تعرف انه الهم نفس القيمة حسب القواعد المذكورة سابقاً.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

b) $P(2D, 48D') + P(1D, 49D') + P(0D, 50D')$

$$\frac{\binom{44}{2}\cdot\binom{1056}{48}}{\binom{1100}{50}} + \frac{\binom{44}{1}\cdot\binom{1056}{49}}{\binom{1100}{50}} + \frac{\binom{44}{0}\binom{1056}{50}}{\binom{1100}{50}}$$

c) $P(D \geq 3) = 1 - P(D < 3)$

$1 - P(D \leq 2)$

← حسبناها في الفرع السابق

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner