Statistics, lecture 14:

Special distributions

Discrete
- Binomial
- Poisson

Continuous
- Normal
- t-distribution
- chai squared distribution

* تذكّر: Binomial هي نفسها تجربة برنولي مكررة عدة مرّات مستقلة

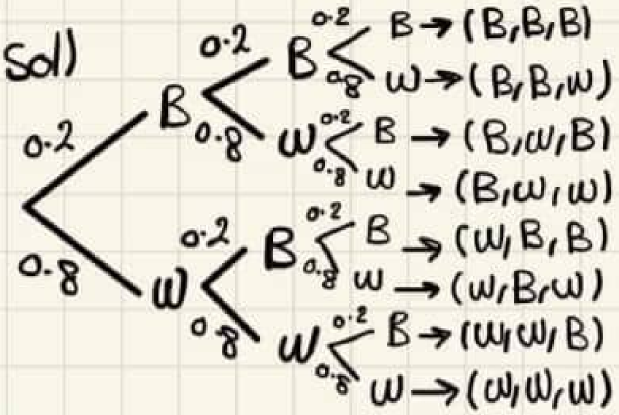
*If we have n-independent Bernolli trials and let X be the no. of successes then we say that X follows the binomial distribution and is denoted by $X \sim Bin(n,P)$
n: no. of trials, P: Prob. of success in each trial

e.g) 3 balls are selected at random with replacement, Let X be the no. of black balls obtained.

B	W
2	8

ملاحظة:- لمّا يكون السحب مع ارجاع بتكون الحوادث مستقلة لكن بدون ارجاع ليست مستقلة

Sol)



* $P(X=3) = (0.2)^3$
* $P(X=2) = 3(0.2)^2.(0.8)^1$
* $P(X=1) = 3(0.2)^1.(0.8)^2$
* $P(X=0) = (0.8)^3$

تذكّر القانون :-

If $X \sim Bin(n,P)$, then the P.d.f is given by $P(X=x) = \binom{n}{x} p^x . q^{n-x}$, $x \in \{0,1,2 \dots n\}$, $q = 1-P$

* See example 1, book, P224
* See "Try it Yourself 1", book, P224
* See example 2, book, P225
* See example 3, book, P226

ملاحظة ع المثال الثالث: بيحكيلك اخترنا ستة اشخاص عشوائيًا وهنا دليل انه جواب الاول لن يؤثر ع جواب الثاني مثلاً

* See example 4, book, P227

تذكّر: اي احتمالية اقل من 0.05 سمّيناها unusual event

* See examples 5, book, P228

****

$P(X \le k) \rightarrow$ from the tables

$n = ------$

	P				
k	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0					
1					
2					
3					
⋮					
n					

e.g) If $X \sim Bin(10, 0.4)$ find.

i) $P(X \le 6) = 0.945$

ii) $P(X < 7) = P(X \le 6) = 0.945$

iii) $P(X > 6) = 1 - P(X \le 6) = 0.055$

اخذت ال complement لأن الجدول ما فيه اكبر وانما اصغر او يساوي .

iv) $P(X \ge 7) = 1 - P(X < 7)$

$= 1 - P(X \le 6)$

$= 0.055$

v) $P(3 \le X \le 8) = P(X \le 8) - P(X \le 2)$ ---

$X: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$

vi) $P(3 \le X < 8) = P(X \le 7) - P(X \le 2)$

$X: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

vii) $P(3 < X < 8) = P(X \le 7) - P(X \le 3)$

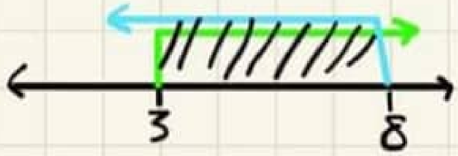
$X: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$

viii) $P(3 < X \le 8) = P(X \le 8) - P(X \le 3)$

$X: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$

ix) $P(X \ge 3 \mid X \le 8) = \dfrac{P(3 \le X \le 8)}{P(X \le 8)}$ حسبناها

من الجدول



x) $P(X = 6) = \underbrace{P(X \le 6)}_{\text{من الجدول}} - \underbrace{P(X \le 5)}_{\text{من الجدول}}$

e.g) A family has 5 children, what is the Prob. that 3 " are females

sol) X: no. of females

$X \sim Bin(5, 0.5)$

$P(X = 3) = \underbrace{P(X \le 3)}_{\text{من الجدول}} - \underbrace{P(X \le 2)}_{\text{من الجدول}}$

كذلك انه يمكن الحل باستخدام قانون ال Binomial

e.g) In a multiple choice exam of 10 questions, each question contains 5 answers, only one of them is correct. Ahmad is answering the exam by guessing. what is the Prob. that he will answer:

a) 5 questions correctly
b) At most 5 questions correctly.

sol) X: no. of correct answer
$X \sim Bin(10, \frac{1}{6})$

a) $P(X=5) = P(X \leq 5) - P(X \leq 4) = 0.027$
b) $P(X \leq 5) = 0.994$

ملاحظة: الجدول فعّال فقط عند معرفتنا قيمة n و P.

****

ملاحظة: الفرق بين جداول اليوتيوب والشرح الجديد
اليوتيوب ⇐ جداول C.D.F
التيمز ⇐ 〃 P.D.F وهذا الذي سيكون بين يدينا بالاختبار.

أوضّح أكثر .....
جدول C.D.F كان يعطيك $P(X \leq 10)$ مثلاً
〃 P.D.F فقط بيعطيك $P(X=10)$ فإذا بدك اياه مع الاقل منه لازم تجمع

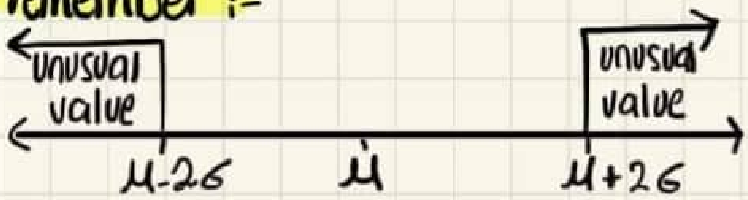
*See example 6, book, P 229
$P(X \leq 4)$ ← اضافة لذلك المثال، عد
$0.005+0.033+0.149+0.383+0.430$

*$P(X>4)=0$

Graphing Binomial distribution
*See example 7, book, P230
↳ $P=0.26$ لمّا تكل المثال، في تتوفان
مش موجودة بالجدول، في هاي الحالة يُفضل
تستعمل القانون.

نتناول الـ Histogram لـ P.d.f
بالطريقة العادية.
*See example 8, book, P 231

remember:-



ركّز :- unusual value مش نفس
〃 event

The Poisson distribution
كـ ما فيه عدد محدد من المرّات ولكن بنراقب فيه
مدى معين لمدة زمنية معينة.
*Read the defenition, book, P239

$X \sim Poi(\mu)$
P.d.f $\rightarrow P(X=x) = \frac{e^{-\mu} \cdot \mu^{x}}{x!}$, $x \in \{0, \dots \infty\}$

Mean $\rightarrow E(X) = \mu$
Variance $\rightarrow \sigma^2 = \mu$

e.g) If $X \sim Poi(3)$, then find $E(X^2)$
Sol) $\mu = 3$, $\sigma^2 = 3$
$E(X^2) = \sigma^2 + \mu^2$
$= 3 + 9$
$= 12$

e.g) If $X \sim Poi(\mu)$ and $P(X=0) = P(X=1)$
Find μ
Sol) $P(X=x) = \frac{e^{-\mu} \cdot \mu^{x}}{x!}$

$P(X=0) = e^{-\mu}$

$P(X=1) = \mu \cdot e^{-\mu}$

$\mu \cdot e^{-\mu} = e^{-\mu}$

$\mu = 1$

*See example 2, book, P239 😊

كيف تعرف انه Poisson في بتكون بتشوف معدل حصول حادث معين خلال فترة زمنية محددة

* بالمثال اعطاك معدل حصول الحوادث في الشهر $\mu = 3/\text{Month}$ وسأل عن الشهر، طيب ماذا لو سأل عن السنة في لازم تحوّل المعدل لسنة وهكذا

$3/\text{Month} \Rightarrow 36/\text{Year}$

$3/\text{Month} \Rightarrow 0.1/\text{Day}$

* بتحاول الـ Poisson، بيهمك تحدد الـ μ

*See example 3, book, P240 😊