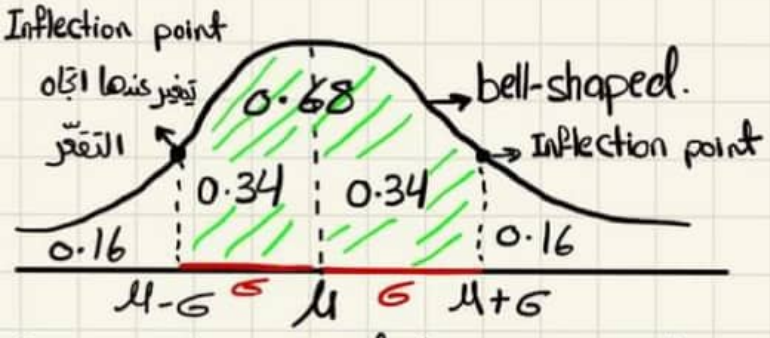
Statistics, lecture 15:-

خلصنا 19 بوتيوب بدية تقاوحبا شر

*The normal distribution:-

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$

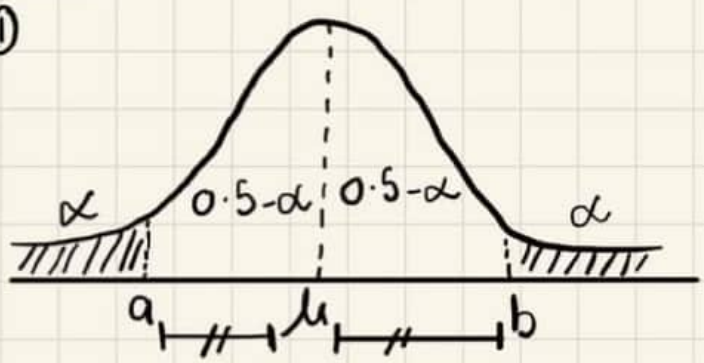


① Symmetric about the mean (μ)
② Mean = Mode = Median (Q_2)
③ Total area = 1
④ Probability = area = proportion = percentage
⑤ $P(X=k)=0$, $P(X \leq k) = P(X<k)$

* امّا بطلب الاحتمال فكانه بيطلب المساحة لانّ المساواة في هذا الدرس حتى رح تأثر عاكواي .

Notes:-

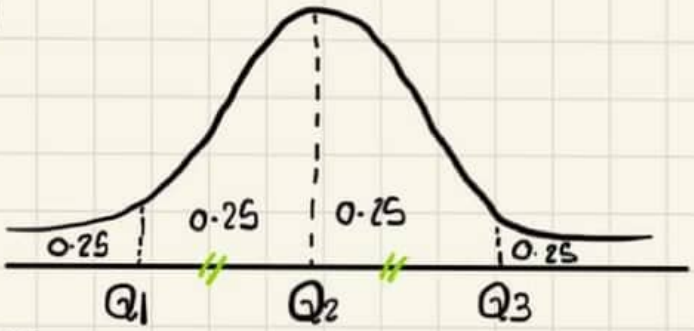
①



If $P(X \leq a) = P(X \leq b) = \alpha$, then

$\mu = \frac{a+b}{2}$

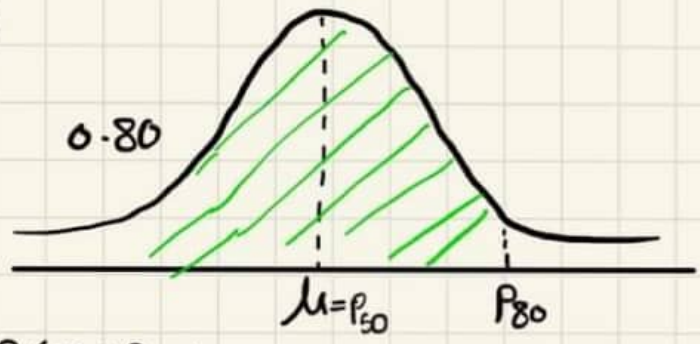
②



$P(X \leq Q1) = 0.25$

$P(X \leq Q3) = 0.75$

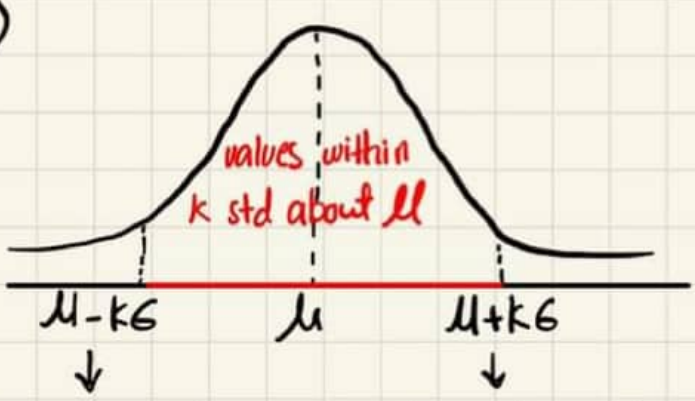
③



$P(X \leq P_{80}) = 0.80$

$P(X \leq P_k) = k\%$

④



The value within k std below the mean and it's z-score is $-k$

The value within k std above the mean and it's z score is k

$z = \frac{\mu + k\sigma - \mu}{\sigma}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

e.g) If $X \sim n(\mu, 4)$, $P(X \leq 2) = 0.2$, $P(X \geq 8) = 0.2$ then find:-

i) $P(2 < X < 8)$

ii) the value of μ

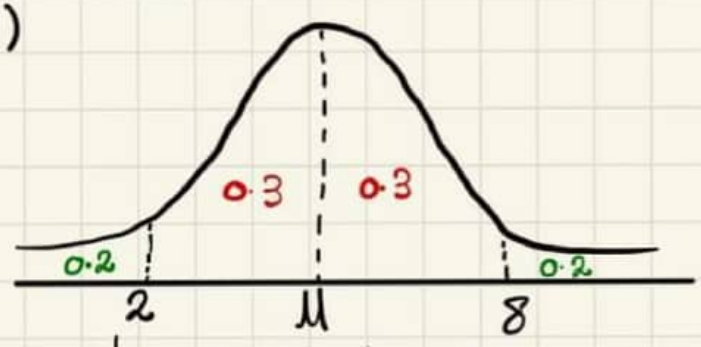
iii) the 20^{th} percentile

iv) the 80^{th} percentile

v) the values of x that are within 2 standard deviations from the mean

vi) $P(\mu < X < 8) = 0.3$

sol)



كيف عرفنا انه حكلها صون في x؟ المساحة تحتها 0.2 والمساحة اللي تحت μ هي 0.5 بالتالي متقبل 2 تكون اكبر من μ.

i) 0.6

ii) $\mu = \frac{8+2}{2} = 5$

iii) 2 iv) 8

v) 2 std about μ هسة صون حكالي بالتالي σ^2 اجب الاعلى والاقل

$\mu - 2\sigma^2 = 1$ ⟶ $1 < X < 9$

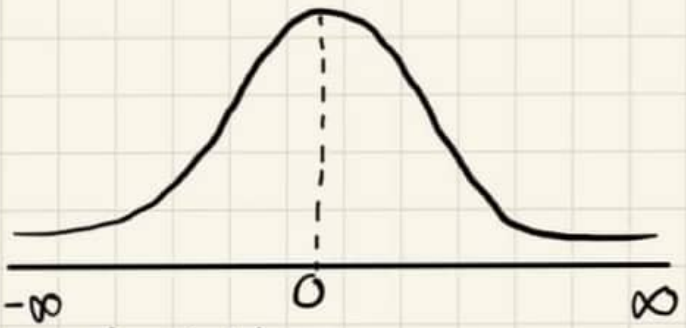
$\mu + 2\sigma^2 = 9$ ⟶

طيب اذا في محطين المساحات في أنا σ^2 اصيهم عن طريق جدول

↳ standard normal distribution

↳ واللي σ^2 نتعرف عليه

$Z \sim n(0,1)$: standard normal distribution



Use the tables:-

$P(Z \leq k)$ = from the table

standard normal distribution في الـ

اعلى قيمة لـ k و σ^2 تكون صواي 3.4 ماx

بعد هاي القيمة المساحة بتصير صفر تقريبًا.

e.g) If $Z \sim (0,1)$, then find:-

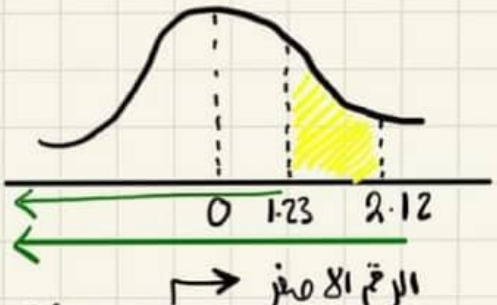
i) $P(Z \leq 1.23) = 0.8907$

ii) $P(Z > 1.23) = 1 - P(Z \leq 1.23)$

$= 0.1093$

الجدول بس بيعطيني ≤ لذلك حولنا > الى ≤ عن طريق المتممة.

iii) $P(1.23 > Z < 2.12)$



الرقم الاكبر ↳

↳ الرقم الاصغر

$P(Z \leq 2.12) - P(Z \leq 1.23)$

$0.9830 - 0.8907$

$= 0.0923$

iv) $P(-1.23 < Z < 2.12)$

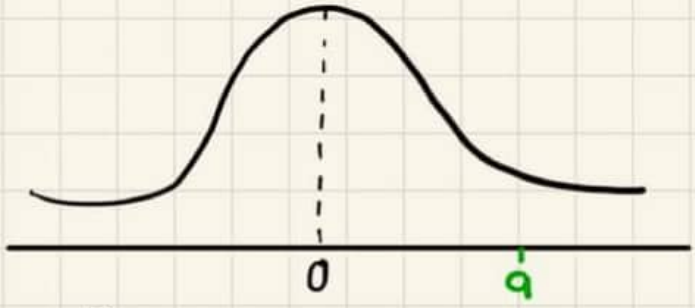
$P(Z < 2.12) - P(Z < -1.23)$

$0.9830 - 0.1093$

0.8737

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

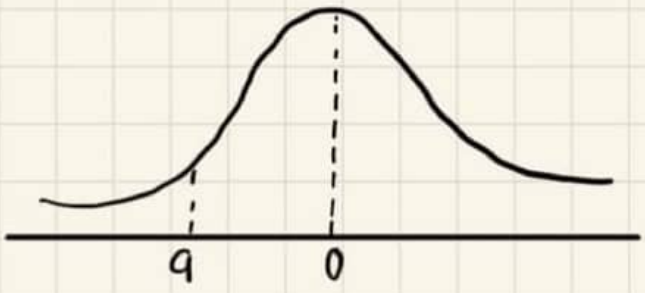
v) find a if $P(z \leq a) = 0.6915$



طالما المساحة تحت a اكبر من 0.5 اذاً اكيد هي قيمة موجبة لذلك نبحث في الجدول الموجب فيكون

$a = 0.5 + 0.00$
$= 0.5$

vi) find a if $P(z < a) = 0.3085$

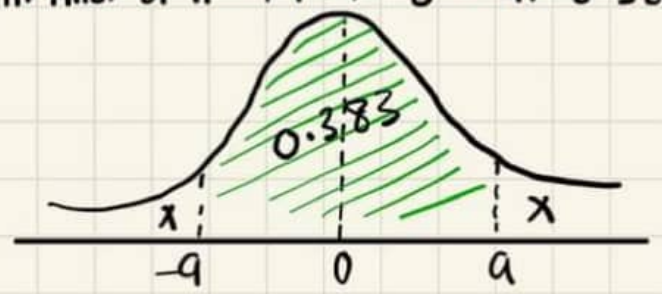


$a = -0.5$

vii) find a if $P(z > a) = 0.3085$

sol) $1 - P(z \leq a) = 0.3085$
$P(z \leq a) = 0.6915$
$a = 0.5$

viii) find a if $P(-a < z < a) = 0.383$



$2x + 0.383 = 1$
$x = 0.3085$
$a = 0.5$
$-a = -0.5$

******

الجدول هون بيشتغل بس لما يكون $\mu = 0$ و $\sigma^2 = 1$ يعني normal distribution اذا اكاني $\mu \neq 0$ و $\sigma^2 \neq 1$ لازم اوصلهم لـ 0 و 1 وبعدين استخدم الجدول.

If $X \sim n(\mu, \sigma^2)$
$z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim n(0,1)$

e.g) If $X \sim n(5,4)$, then find :-

i) $P(X \leq 6) = P(\frac{X-5}{2} \leq \frac{6-5}{2}) =$

الطرح والقسمة من الطرفين

$P(z \leq 0.5) = 0.6915$ " من الجدول "

ii) $P(X > 4) = P(\frac{X-5}{2} > \frac{4-5}{2})$

$P(z > 0.5) = 1 - P(z \leq 0.5)$
$= 0.7224$

iii) $P(4 < X < 6) = P(\frac{4-5}{2} < \frac{X-5}{2} < \frac{6-5}{2})$
$= P(-0.5 < z < 0.5)$
$= P(z \leq 0.5) - P(z \leq -0.5)$
$= 0.383$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

iv) a if $P(X \leq a) = 0.6915$

$P(Z \leq \frac{a-5}{2}) = 0.6915$

$\frac{a-5}{2} > 0$ "المساحة اكبر من 0.5"

$\frac{1}{2} = \frac{a-5}{2} \Rightarrow 2 = 2a - 10$

$2a = 12$

$a = 6$

e.g) If $X \sim n(\mu, 4)$ and $P(X \geq 6) = 0.385$ find μ.

sol) $P(Z \geq \frac{6-\mu}{2}) = 0.385$

$1 - P(Z \leq \frac{6-\mu}{2}) = 0.3085$

$P(Z \leq \frac{6-\mu}{2}) = 0.6915$

$\frac{1}{2} = \frac{6-\mu}{2} \Rightarrow 6 - \mu = 1$

$\mu = 5$

e.g) If $X \sim n(5, \sigma^2)$ and $P(X \geq 4) = 0.6915$ find σ.

sol) $P(Z \geq \frac{4-5}{\sigma}) = 0.6915$

$1 - P(Z < \frac{-1}{\sigma}) = 0.6915$

$P(Z < \frac{1}{\sigma}) = 3085$

$\frac{-1}{2} = \frac{-1}{\sigma} \Rightarrow \sigma = 2$

e.g) If $X \sim n(\mu, \sigma^2)$, $P(X \geq 4) = 0.6915$ and $P(X \leq 6) = 0.6915$, find μ and σ

sol) $P(Z \geq \frac{4-\mu}{\sigma}) = 0.6915$

$P(Z < \frac{4-\mu}{\sigma}) = 0.3085$

$\frac{4-\mu}{\sigma} = \frac{-1}{2}$

$-\sigma = 8 - 2\mu$ ..... ①

$P(Z \leq \frac{6-\mu}{\sigma}) = 0.6915$

$\frac{6-\mu}{\sigma} = \frac{1}{2}$

$\sigma = 12 - 2\mu$ ..... ②

① + ②

$0 = 20 - 4\mu$

$\mu = 5$

$\sigma = 2$

e.g) If $X \sim n(\mu, \sigma^2)$, $P(X \leq 2) = 0.10$ and $P(X \geq 9) = 0.20$ then find μ and σ

sol) $P(Z \leq \frac{2-\mu}{\sigma}) = 0.10$ ← مش موجودة بالجدول فنبحث عن قيمة قريبة منها

يوجد 0.1003 و 0.985 لكن الاقرب هو القيمة 0.1003 فنأخذها ✓

$\frac{2-\mu}{\sigma} = -1.28$

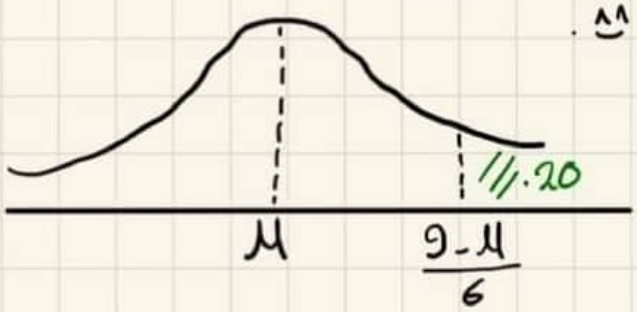
$-1.28\sigma = 2 - \mu$

$\mu - 1.28\sigma = 2$ ..... ①

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

طيّب لنفترض القيمتين كان لهم نفس البعد عن القيمة المطلوبة في الأصل ناخد المتوسط لكن كتابنا بيلاقي نختمد القيمة الاصغر

$P(Z \geq \frac{9-\mu}{\sigma}) = 0.20$ ← نلف عن طريقة الرسم هالمرة عشان نفهم اكثر ^^ .



$1 - 0.20 = P(Z < \frac{9-\mu}{\sigma})$

$0.80 = P(Z < \frac{9-\mu}{\sigma})$

$0.84 = \frac{9-\mu}{\sigma}$

$\mu + 0.84\sigma = 9$ ----②
$\mu - 1.28\sigma = 2$ ---①] −

$2.12\sigma = 7$
$\sigma = 3.30$
$\mu = 6.22$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner