(Probability): الاحتمالات

Experiments → Deterministic → تقدر تعرف شو هي نتيجة التجربة مسبقا
↳ Random ✓

Random Experiment: that when give you a defferete outcome each time. you cannot determin exactly what is the next outcome but you can determin all possible outcomes.

The set of All possible outcomes is called The sample space (Ω)

eg) Find the sample space for each of the following random experiments:

i) Tossing a fair coin 1 time < Head / tail $\Omega = \{H, T\}$

$n(\Omega) = 2 = 2^1$

ii) Tossing a fair coin 2 times

(T) (H) او يتبدلوا (H) (T) او كل مرة تطلع (T) (T) او (H) (H) مثلا.

H < H, T
T < H, T

$\Omega = \{HH, HT, TT, TH\} \Rightarrow n(\Omega) = 4 = 2^2$

iii) Tossing a fair coin 3 times.

$\Omega = \{HHH, HHT, HTH, THH, TTT, TTH, THT, HTT\} \Rightarrow n(\Omega) = 8 = \underline{2^3}$

* Note: When tossing a fair coin k-times, we have:

$n(\Omega) = 2^k$

حجر النرد

iv) throwing a fair die 1 time.

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6^1$

v) throwing 2 fair die 1 time.

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2) ...				
3						
4						
5						
6						(6,6)

$n(\Omega) = 36 = 6^2$

* Note: When throwing a fair die k times, we have:

$n(\Omega) = 6^k$

vi)

$\boxed{1}$	$\boxed{2}$
$\boxed{3}$	$\boxed{4}$

Box فيه cards مرقمين من 1 – 4

2 card are drawn at random:

a) with replacement

b) without replacement

Sol) a) (1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (2,1) (2,2) (2,3) (3,4) (3,1),
(3,2) (3,3) (3,4) (4,1) (4,2) (4,3) (4,4)

$n(\Omega) = 16$

b)

	1	2	3	4
1	x	(1,2)	(1,3)	(1,4)
2	(2,1)	x	(2,3)	(2,4)
3	(3,1)	(3,2)	x	(3,4)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	x

$n(\Omega) = 12 = 4 * 3$

* The Event: الحدث

Any subset of the sample space. أي part من الـ sample

* Types of event:-

1. simple (elementry): cosists of exacty one element of (Ω)
2. Composite (combind): consist of more than one element of (Ω)
3. Certain (sure): consist of all elements of Ω.
4. Impossible (null): cosist of No elements of Ω.

eg. When throwing a fair die 1 time, define:

A: getting (الحصول على) a no. divisible by 5. يقبل القسمة على (5).

B: = = Prime (العدد الأولي) no. لا عدد الي اكبر من 1 لا يقبل القسمة على غير 1 ومر نفسها

C: = = a no. less than 7

D: = a no more than 6.

Find the elements & classify each event above

prime number:- عدد أولي يقبل القسمة على نفسه وواحد فقط وأن يكون اكبر من 1

COLLEGE

أوميغا : Ω

sol) $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$A = \{5\}$ simple (elementary)
$B = \{2, 3, 5\}$ combined (composite)
$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ sure (certain)
$D = \{\ \} = \emptyset$ (impossible) or null event

* The probability of an event A is defined by:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

الاحتمال = عدد عناصر الحادث / عدد عناصر الفضاء العيني (Ω)

eg. In the previous example what is the probability of

A: $P(A) = \frac{1}{6}$ (Ratio) B: $P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ half of (Ω)

C: $P(C) = \frac{6}{6} = 1$ D: $P(D) = \frac{0}{6} = 0$

جميع عناصر الفضاء العيني موجودة بعناصر الحادث.

ما في ولا عنصر بعناصر الحادث يكون الـ P لها zero

* $P(B) > P(A)$ more likely to happen

لو قارنا بين الاحتمال أكبر A or B

* Note ① $P(\emptyset) = 0$ ② $P(\Omega) = 1$

③ $0 \leq P(A) \leq 1$ → cannot be negative

* when the propability is $(\frac{1}{2}) = 0.5$ indicates that an event has an even chance of occuring or not occuring.

The figure below shows the possible range of probabilities and their meanings.

Impossible	Unlikely	Even chance	Likely	Certain
0	0.25	0.5	0.75	1

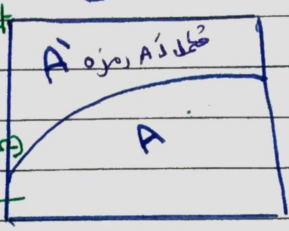
* An event that occurs with a probability of 0.05 or less is typically considered unusual. = highly unlikely to occur.

* Rules of Probability

ملخص الـ chapter لأنو محتاجة علمهم
مسائلنا فيه حلوة ومهمين

Ω

A': A complement
مكمل لـ A



$A + A' = \Omega$

$\rightarrow P(A) + P(A') = P(\Omega)$

Event (A) اذا عامل

$P(A) + P(A') = P(\Omega)$

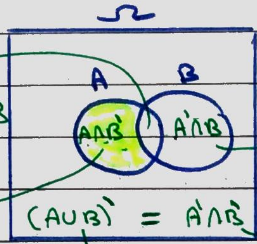
$P(A) + P(A') = 1$

$\boxed{1}$ $P(A') = 1 - P(A)$ $\Rightarrow$ $P(A) + P(A') = 1$

Ω

* $A \cap B$
* A intersection B
* A تقاطع B (A and B)

inside A but outside B (A only)

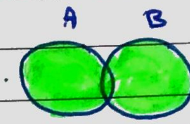


inside B but outside A (B only)

outside B and A

مكمل للشكلات
بعتبرات منا ملقا
مكمل لـ $(A \cup B)$
union

الشكلان يتلان ملاصق



A or B :- $A \cup B$

$A \cup B = A \cap B' + A \cap B + A' \cap B$

$A \cap B = A \,\&\, B$

$A \cup B = A \text{ or } B$

$\boxed{2}$
i) $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$
ii) $P(A' \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$

$\boxed{3}$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(B) + P(A \cap B') = P(A) + P(A' \cap B) = P(A \cup B)$

من رقم Rule (1)

$\boxed{4}$ De Morgan's Laws:

i) $P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B)$

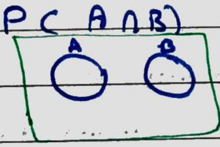
ii) $P(A' \cup B') = P(A \cap B)' = 1 - P(A \cap B)$

$\boxed{5}$ A & B are said to be mutually exclusive (disjoint) if:

حالة خاصة من قانون رقم $\boxed{8}$

اذا تحقق احد الشرطين

i) $P(A \cap B) = 0$ or $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$



$A' = \bar{A}$: the complement of A (The event will not happen)
يعني عدم حصول A

مثل رمي قطعة نقد وحجر نرد.

مستقلان إحصائيًا

$\boxed{6}$ A & B are said to independent if they don't influence each other — ما بأثروا على بعض

مثلاً لو رمينا قطعة نقد وطلعت لو H or T وأعدنا الثانية بغض النظر عن الأولى ما تأثر بتكون كذلك H or T . وكذلك لو بدي أصيب هدف ولكن احتمال إصابتي 70% وشخص ثاني بدو يرمي السهم ما رح يأثر احتمالي باحتماله وسحب كرة من Box فيه 10 balls احتمال تطلع Brown احتمالها $\frac{1}{10}$ ولو أعدناها with replacement وسحبنا مرة ثانية ما بأثر احتمالي دون مرة بثاني مرة لانه تماماً مثل رجع Brown لكن اذا كانت بدون الإرجاع ما رح ترجع تطلع Brown [without replacement]

بالأرقام

* Mathematically: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$\boxed{7}$ Conditional Probability — الاحتمال المشروط

* $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

given

على ما بعد الشرط

$A \cap B = B \cap A$

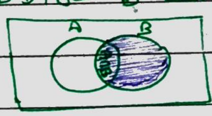
$A \cup B = B \cup A$

يعني نحن عم نضغط الـ sample space لـ B

يعني كأنو صار $P(B) = P(\Omega)$

مثلاً لأنه $B = \Omega$ فكم احتمال A من B.

هنا الجزء اللي تقاطع اللي موجود منه B على الاحتمال الكلي وهو $P(B) = P(\Omega)$



Note: If A & B are independent, then

$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A)$

على ما بعد الشرط

* $\therefore P(A \mid B) = P(A)$

Example:

Ages	Frequency, f
18 to 22	156
23 to 35	312
36 to 49	254
50 to 64	195
65 and over	58

$\Sigma f = 975$

Find the probability of randomly selecting ... who is not 23 to 35 years old.

$1 - P(\text{age } 23 \text{ to } 35)$

$1 - \frac{312}{975} = \frac{663}{975} = 0.68$

COLLEGE

eg. If $P(A) = 0.8$ (the event will happen), $P(B) = 0.7$ & $P(A \cap B) = 0.6$

find:

i) $P(A')$ (the event will not happen) ii) $P(B')$ iii) $P(A \cap B')$

iv) $P(A' \cap B)$ v) $P(A \cup B)$ vi) $P(A' \cup B')$

vii) $P(A' \cap B')$ viii) $P(A' \cup B)$ ix) $P(A \cup B')$

x) $P(A|B)$ xi) $P(A'|B)$ xii) $P(A|B')$

xiii) $P(A'|B')$ xiv) $P(A|B')$

sol): i) $P(A') = 1 - P(A) = 1 - 0.8 = \boxed{0.2}$

ii) $P(B') = 1 - P(B) = 1 - 0.7 = \boxed{0.3}$

iii) $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B) = 0.8 - 0.6 = \boxed{0.2}$

iv) $P(A' \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0.7 - 0.6 = \boxed{0.1}$

* v) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.8 + 0.7 - 0.6 = \boxed{0.9}$

vi) $P(A' \cup B') = P(A \cap B)' = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.6 = \boxed{0.4}$

vii) $P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.9 = \boxed{0.1}$

viii) $P(A' \cup B) = P(A') + P(B) - P(A' \cap B)$

$= 0.2 + 0.7 - 0.1 = \boxed{0.8}$

ix) $P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B')$

$0.8 + 0.3 - (P(A) - P(A \cap B))$

$= 0.8 + 0.3 - 0.2 = \boxed{0.9}$

x) $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.6}{0.7} = \boxed{0.86}$

xi) $P(A'|B) = \frac{P(A' \cap B)}{P(B)} = \frac{0.1}{0.7} = \boxed{0.14}$

xii) $P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{0.2}{0.3} = \boxed{0.67}$

xiii) $P(A'|B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{0.1}{0.3} = \boxed{0.33}$

xiv) $P(A|B)' = \cancel{\frac{P(A \cap B')}{P(B')}}$ $1 - P(A|B) = 1 - 0.86 = \boxed{0.14}$

Note $P(A|B)' = P(A'|B)$

eg. If $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.5$ & $P(A \cup B) = 0.8$

Are A & B mutually exclusive? independent? or neither

(mutually exclusive → disjoint) (neither → ولا واحد)

disjoint :- $P(A \cap B) = 0$ & $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - 0$

نختبر $P(A \cup B) \rightarrow 0.8 \stackrel{?}{=} 0.6 + 0.5$ الجواب لا

اذا ليس disjoint.

independent :- $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$\rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ لإيجاد $P(A \cap B)$

$0.8 = 0.6 + 0.5 - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cap B) = \boxed{0.3}$

نختبر: $\rightarrow 0.3 \stackrel{?}{=} 0.6 * 0.5 \rightarrow 0.3 = 0.3$

$\therefore P(A \cap B) = P(A) . P(B) \rightarrow \therefore$ A & B are independent.

من خلال ايجاد $P(A \cap B)$ واذا كانت 0 تكون disjoint لكنها كانت 0.3 هل

هي ناتج ضرب $P(A)$ & $P(B)$ ؟ نعم ، اذا هو independent

eg. If A & B are independent events such that:

$P(A) = 2 \cdot P(B)$ & $P(A \cup B) = 0.8$, then find $P(A)$.

Independent : $P(A \cap B) = P(A) . P(B)$

$P(A \cap B) = 2 . P(B) . P(B) = 2 P(B)^2$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$0.8 = \cancel{2P(B)} + P(B) - \cancel{2P(B)^2} = P(B)$

$\cancel{P(B)} = 0.3 \rightarrow \cancel{P(A) = 2 * 0.3} = \boxed{\cancel{0.6}}$

$-2P(B)^2 + 2 P(B) + P(B) = 0.8$

نفرض ان let $x = P(B)$

$-2x^2 + 3x - 0.8 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 3x + 0.8 = 0$

$x = \dfrac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ → $x = 1.15$ ← نهمل لان $0 < P(B) < 1$

$x = 0.347$

$P(B) = 0.347$

$P(A) = 2 * 0.347 = 0.694$

hearts Clubs diamonds spades

♡ ♤ ◇ ♧

—/—/hearts / king

* معلومة أن . بطاقات لعبة الشدة في اشكال مختلفة .

Determine whether the events are independent or dependent.

1. Selecting a king (A) from a standard deck of 52 playing cards, not replacing it, and then selecting a queen (B) from the deck.

king — queen — heart — J

كل ١٣ ورقة منهم عليهم king

احتمال الـ king = عدد مرات الحادث / عدد عناصر الفضاء العيني

52 بطاقة .

13 ♧ , (3) hearts ♡ , منها (3) ♤ , منها (3) ◇

لكل نقش 13 رتبة . اسمي عليه ارقام . باقي عليه صور J Q king

لم يتم الارجاع .

$P(K) = \frac{4}{52}$

$P(Q) = \frac{4}{51}$

غير متساويان . dependent

أوراق اللعب

52 ورقة

صور: ولد ، بنت ، شايب → 4 , 4 , 4 → $\boxed{12}$

ارقام: 1, 2, 3, ... 10 → 4 4 4 ... 4 → $\boxed{40}$

ومن حيث الاشكال: $\boxed{♢}$ قلب ، ديناري ، اسباتي ، سبيتي

$\boxed{52}$ = 13 , 13 , 13 , 13

13 → صور: ولد ، بنت ، شايب $\boxed{3}$ ؛ ارقام: 1, 2, 3 ... 10 $\boxed{10}$

اذا سحبت ورقة عشوائية من اوراق اللعب فا احتمال ان تكون صورة $\frac{12}{52}$

سحب ورقة عليها (7) ؟ توجد اربع ورقات عليها 7 اي الاحتمال $\frac{4}{52}$

Q: Two cards are selected, without replacing the first card, from a standard deck of 52 playing cards. Find the probability of selecting a king and then selecting a queen.

K ($\frac{4}{52}$) → Q ($\frac{4}{51}$) , Q'

K' ($\frac{48}{52}$) → Q , Q'

$(K, Q) = \frac{4}{52} * \frac{4}{51} = 0.006$

$P(K \text{ and } Q) = P(K \cap Q) = P(K) \cdot P(Q|K)$

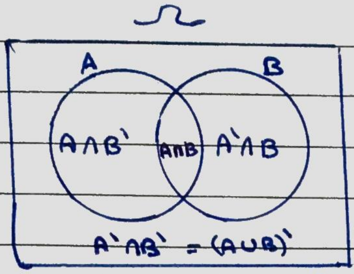
$\frac{4}{52} * \frac{4}{51}$

Tree-Diagram, أو Multiplication rule

COLLEGE

probability

* Venn - diagram



A & B : $A \cap B$

A or B : $A \cup B$

A only : $A \cap B'$

B only : $A' \cap B$

probability for an element that belongs to :

1 exactly one set — يا A only او B only

$(B \cap A') + (A \cap B')$

2 At least one set — يا A او B أو الاتنين

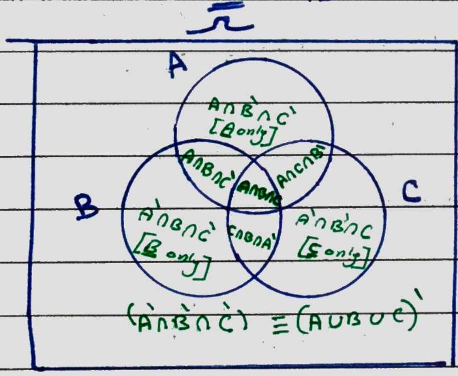
(يا وحده يا اكتر من وحده) — A only or B only or both ($A \cap B$)

3 AT most one set — يا A أو B او ولا وحدة ($A' \cap B'$)

(يا وحدة يا ولا وحدة)

---

3 sets كذلك لو عنا



1 exactly two set

$(A' \cap B \cap C)$ أو $(A \cap B' \cap C)$ او $(A \cap B \cap C')$

2 exactly one set

$(A \cap B' \cap C')$ أو $(A' \cap B \cap C')$ او $(A' \cap B' \cap C)$

A only او B only او C only

3 Non of the sets : $(A' \cap B' \cap C')$

basketball بمعنى 8 او اقل يلعبوا كرة ال | $(10-x)$: f only | $8-x$: b only

eg) A class of 20 students. 10 play football, 8 play basketball, 5 play neither.

A student is selected at random, what is the probability that this student plays:

[1] exactly one (1) sport.

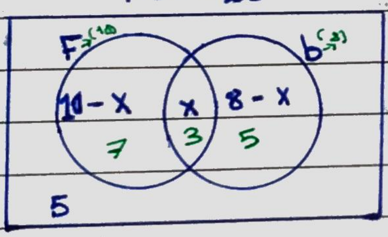
[2] at least one (1) sport.

[3] Football given that the student plays basketball

[4] Exactly (1) sport given that the student plays at most one (1) sport.

sol):

$n\Omega = 20$



$10 - \cancel{X} + \cancel{X} + 8 - X + 5 = 20$

$23 - X = 20$

$\therefore \boxed{X = 3}$

[1] إما يلعب basketball only أو Football only

Probability $= P(b) + P(F)$

$= \frac{5}{20} + \frac{7}{20} = \frac{12}{20} = \boxed{0.6}$

[2] إما يلعب F only او b only أو both

probability $= P(F) + P(b) + P(F \cap b)$

$= \frac{5}{20} + \frac{7}{20} + \frac{3}{20} = \frac{15}{20} = \boxed{0.75}$

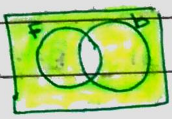
[3] $P(F|B) = \frac{P(F \cap B)}{P(B)} = \frac{3 \div 20}{8 \div 20}$

[illegible]

$\Omega = b$ الجديدة

$= \frac{3}{8} = \boxed{0.375}$

[4] P(exactly one sport | at most 1 sport)



$\frac{P(F)_{\text{only}} + P(b)_{\text{only}}}{P(F)_{\text{only}} + P(b)_{\text{only}} + P(F' \cap b')} = \frac{7 + 5}{7 + 5 + 5} = \frac{12}{17}$

ليس F only

eg. A class of 30 students, 15 play football.

ليس b only

12 play basketball, 6 play volleyball only, 7 play football and basketball, 6 play football and volleyball, 3 play basketball and volly ball only, 2 play the 3 sports. A student is selected at random, what is the probability that this student plays:

a) exactly 1 sport

b) exactly 2 sports

c) at least 1 sport

d) at least 2 sports

e) at most 1 sport

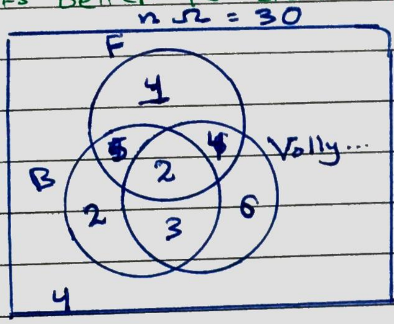
f) at most 2 sports

g) football given that the student plays basketball.

h) exactly 1 sport given that the student plays at most 1 sport.

It's better to start from last given — ان نبدأ بآخر معطى.

$n\Omega = 30$



sol:

a) $P = \underset{\text{only}}{P(B)} + \underset{\text{only}}{P(F)} + \underset{\text{only}}{P(V)}$

$P = \frac{2}{30} + \frac{4}{30} + \frac{6}{30} = \frac{12}{30} = 0.4$

b) $P(F' \cap V \cap B) + P(F \cap V' \cap B) + P(F \cap V \cap B')$

$P = \frac{3 + 5 + 4}{30} = \frac{12}{30} = 0.4$

c) $P(F) + P(V) + P(B) + P(F' \cap V \cap B) + P(F \cap V' \cap B) + P(F \cap V \cap B') + P(F \cap V \cap B)$

$= 1 - P(F' \cap V' \cap B') = 1 - \frac{4}{30} \approx 0.87$

d) على الأقل لعبتان — يعني إما يلعب لعبتين $b \cap V$ أو $F \cap V$ أو $F \cap b$ او ثلاثة مع بعض $F \cap b \cap V$.

$P = \frac{3+5+4+2}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15} \approx 0.47$

e) إما V only او b only او Fotball only او لا يلعب.

$\frac{6+2+4+4}{30} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15} \approx 0.53$

f) إما يلعب لعبة وحدة منهم b only أو F only او V only أو لعبتين منهم مع بعض أو ولا لعبة

$\frac{30-2}{30}$ أو من خلال $1 - P(F \cap V \cap B) = 1 - \frac{2}{30} \approx 0.93$

g) $P(F \mid B) = \dfrac{P(F \cap B)}{P(B)} = \dfrac{7}{12} = 0.58$

h) $\dfrac{6+4+2}{6+4+2+4} = \dfrac{3}{4} = 0.75$ = P(exactly 1 / at most 1)

* Tree - Diagram : Tool → helps me ~~to~~ know the outcomes of the sample space

Tree Diagram :-

Usually we use it when we select more than 1 item.

اذا كان لدي Box فيه 5 black balls & 3 white balls

e.g

B	W
5	3

2 balls are selected at random :-

i) without replacement. ii) with replacement

Find the prob. of getting :-

a) 2 black balls b) 2 balls of the same colour

c) 2 balls of different colours d) exactly 1 black ball

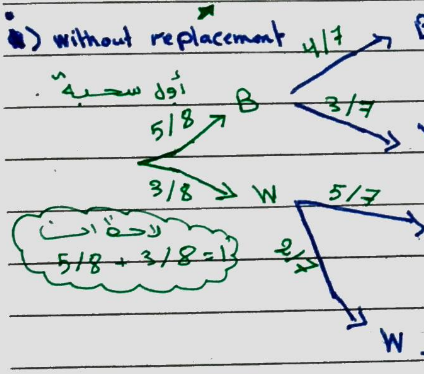
e) At least one black ball f) At most one black ball

g) The 1^{st} ball is black given that the second one is black.

h) The 2^{nd} ball is black given that the 2 ball are of different colors

sol:

i) without replacement (بدون رد)



B → (B,B) ← means intersection (∩) → $\frac{5}{8} * \frac{4}{7} = \frac{5}{14}$ احتمال اول مرة B وثاني مرة B

W → (B,W) Probability = $\frac{5}{8} * \frac{3}{7} = \frac{15}{56}$

B → (W,B) Prob. = $\frac{3}{8} * \frac{5}{7} = \frac{15}{56}$

W → (W,W) Prob. = $\frac{3}{8} * \frac{2}{7} = \frac{3}{28}$

مجموع الـ Prob. ⇐ $\frac{56}{56} = 1$ ✓

a) Prob. (B,B) = $\frac{5}{14}$ b) P(B,B) + P(W,W) = $\frac{26}{56}$

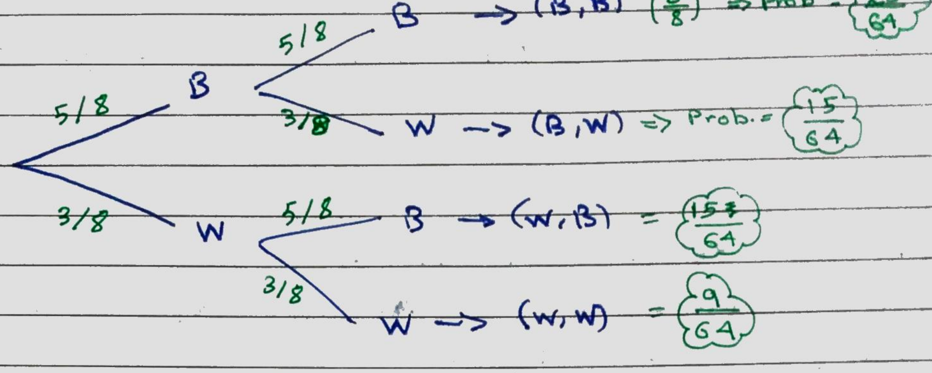
c) P(B,W) + P(W,B) = $\frac{30}{56}$ d) $\frac{30}{56}$

e) P(B,B) + P(B,W) + P(W,B) = $\frac{25}{28}$ f) P(B,W) + P(W,B) + P(W,W) = $\frac{9}{14}$

g) P(1^{st} ball is black | 2^{nd} ball is black) = $\dfrac{\overset{P(B,B)}{\frac{5}{14}}}{\underset{P(B,B)\,+\,P(W,B)}{\frac{5}{14} + \frac{15}{56}}} = \boxed{\frac{4}{7}}$

h) P(2^{nd} B | different) = $\dfrac{P(W,B)}{P(B,W) + P(W,B)} = \left(\frac{15}{56}\right) \div \left(2 * \frac{15}{56}\right) = \frac{1}{2}$

ii) with replacement مع إرجاع



✓ $\Sigma = \frac{64}{64} = \frac{25+15+15+9}{64}$ لاحظ دي

a) $P(B,B) = \frac{25}{64}$ b) $P(B,B) + P(W,W) = \frac{25+9}{64} = \frac{34}{64}$

c) $P(B,W) + P(W,B) = \frac{15+15}{64} = \frac{30}{64}$

d) $P(B,W) + P(W,B) = \frac{30}{64}$

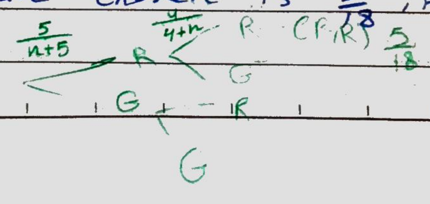
e) $P(B,B) + P(W,B) + P(B,W) = 1 - P(W,W) = 1 - \frac{9}{64} = \frac{55}{64}$

f) $1 - P(B,B) = 1 - \frac{25}{64} = \frac{39}{64}$

g) $P(1^{st} B \mid 2^{nd} B) = \frac{P(B,B)}{P(B,B) + P(W,B)} = \frac{\frac{25}{64}}{\frac{25}{64} + \frac{15}{64}} =$

h) $P(2^{nd} B \mid \text{different}) = \frac{P(W,B)}{P(B,W) + P(W,B)} = \frac{\frac{15}{64}}{2 * \frac{15}{64}} = \frac{1}{2}$

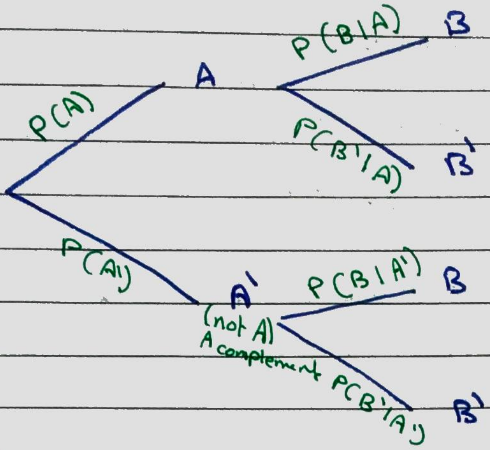
* A bag contains 5 red and n green balls. Two balls are chosen without replacement from this bag. If the probability that two red balls are chosen is $\frac{5}{18}$, then n =



$\Rightarrow \frac{5}{n+5} * \frac{4}{n+4} = \frac{5}{18}$

$\longrightarrow n = 4$

* Tree Diagram :-



$\to (A,B)$ $P(A\cap B) = P(A) * P(B|A)$

$\to (A,B')$ $P(A\cap B')$

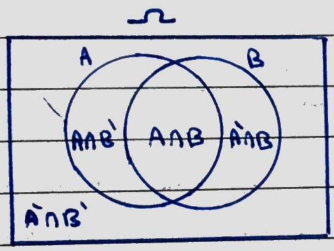
(A',B) $P(A'\cap B)$

(A',B') $P(A'\cap B')$

التفسير

$$P(A) * P(B|A) = \cancel{P(A)} * \frac{P(B\cap A)}{\cancel{P(A)}} = P(A\cap B)$$

ملاحظة اخرى $\Rightarrow P(A\cap B) + P(A\cap B') + P(A'\cap B) + P(A'\cap B') = P\,\Omega = 1$



$P(A) + P(A') = 1$

$$\Rightarrow \underbrace{P(B|A) + P(B'|A)}_{1} + \underbrace{P(B|A') + P(B'|A')}_{1} = 2$$

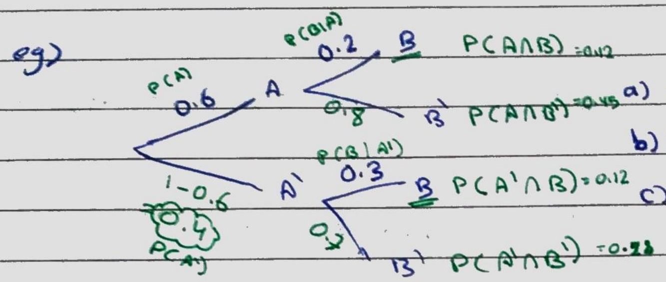
$$\boxed{P(B) = P(A\cap B) + P(A'\cap B)}$$ "Total probability"

$$* \quad P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{P(A).\ P(B|A)}{P(A\cap B) + P(A'\cap B)}$$

$$\boxed{P(A|B) = \frac{P(A).\ P(B|A)}{P(A)\cdot P(B|A) + P(A')\cdot P(B|A')}}$$

"Bays Rule"

e.g)



a) complete the tree-Diagram

b) Find $P(B)$

c) Find $P(A|B)$

b) $P(B) = P(A\cap B) + P(A'\cap B) = 0.12 + 0.12 = \boxed{0.24}$

علشان نجيب القانون ناخذ كل الاحتمالات اللي فيها (B) ونجمعهم.

c) $P(A|B) = \dfrac{P(A)\,P(B|A)}{P(A)\,P(B|A) + P(A')\,P(B|A')} = \dfrac{0.6 * 0.2}{0.6 * 0.2 + 0.4 * 0.3}$

← Bay's rule عليه
« غير مطلوب منا اشتقاقها »

$P(A|B) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(B)} = \dfrac{0.12}{0.12+0.12} = \dfrac{1}{2}$

أو مباشرة

$\to P(A|B) = \dfrac{\text{بتأخذ احتمال وجود A \& B}}{P(B)} = \dfrac{0.12}{2*(0.12)} = \dfrac{1}{2}$

e.g) Ahmad goes to school either by bus or by taxi. If he goes by bus, the probability that he will be late is 0.3, but if he goes by taxi then the prob. that he will be late is 0.2. It's known that Ahmed goes to school by bus 3 days a week. → أيام دوام الأسبوع ⑤ ($3/5$)

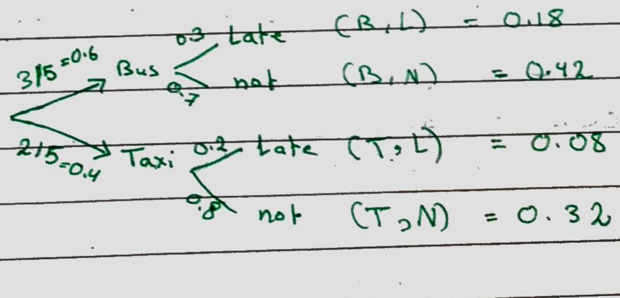
a) for a given school days, What is the prob. that:

i) Ahmed is Late $P(L)$

ii) He came by bus if he is late

شرط (given)

Sol:



مستخدم Tree-diagram للتشعبات :-

i) $P(L) = 0.18 + 0.08 = 0.26$

ii) $P(B|L) = \dfrac{0.18}{0.26} = \dfrac{9}{13}$

معلومات عن gender لا مدخنين : بجدول

e.g

	Smoking	Not	Sum
Male	8	2	10
female	$\underline{6}$ (F∩S)	4	10
sum	14	6	20

Note:

and : ∩

or : ∪

طالبا واحد لا غير ← Tree-D...

a) A student is selected at random, what is the prob. that the student is :

i) a female smoker   ii) a female or a smoker $P(f \cup S)$ الحل عادي

iii) a female if the student is a smoker

أكثر من 1 ← tree. D: نستخدم

b) 2 students are selected at random, what is the prob. that exactly 1 one of them is a smoker.

لم يحدد الGender

A) i) $\frac{6}{20} = 0.3$

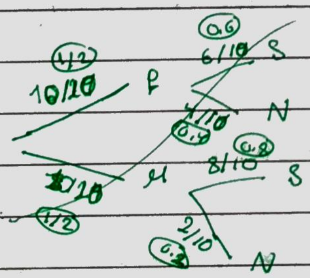
ii) $P(f) + P(S) - P(f \cap S)$

$P(f \cup S) = \frac{10+14-6}{20} = \frac{18}{20} = 0.9$

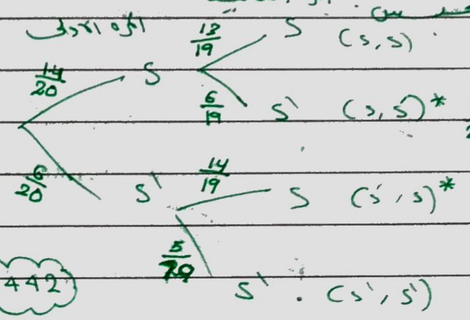
iii) $P(f \mid S) \quad \frac{6}{14} = \cancel{0.6}\ \frac{3}{7}$

b)

S	S'
14	6



طالما لم يحدد Gender لا يهمنا بالمدخنين والمدخنين بشكل عام بغض النظر عن الجنس.



$P(s, s') + P(s', s)$

$2 * \left(\frac{14 * 6}{20 * 19}\right) = \frac{42}{95} \approx 0.442$

* ما حدد بإرجاع او بدون ← اذا تعتبر انه without replacement *

Exercises Page 179

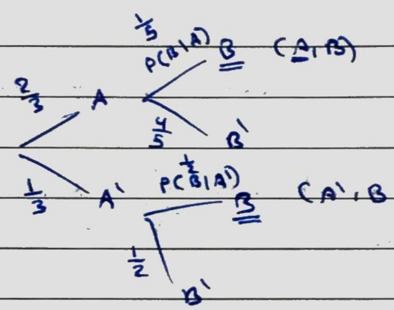
$P(A) = \frac{2}{3}$, $P(A') = \frac{1}{3}$, $P(B \mid A) = \frac{1}{5}$, and $P(B \mid A') = \frac{1}{2}$

Find $P(A \mid B)$

$$P(A \mid B) = \frac{P(A)\,P(B \mid A)}{P(A) \cdot P(B \mid A) + P(A')\,P(B \mid A')}$$

$$\frac{\frac{2}{3} * \frac{1}{5}}{\frac{2}{3} * \frac{1}{5} + \frac{1}{3} * \frac{1}{2}} = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{2}{15} + \frac{1}{6}} = \frac{4}{9} \approx 0.44$$

أو نحل بالـ Tree-Diagram

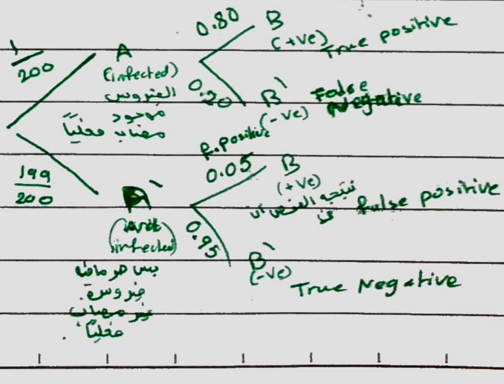


$$\frac{\frac{2}{3} * \frac{1}{5}}{\frac{2}{3} * \frac{1}{5} + \frac{1}{2} * \frac{1}{3}} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{4}{9}$$

Excercise 3: A virus infects one in every 200 people. A test used to detect the virus in a person is positive 80% of the time when the person has the virus and 5% of the time when the person does not have the virus. (This 5% result is called a false positive.) Let A be the event "the person is infected" and B be the event "the person tests positive"

a) When a person tests positive, determine the probability that the person is infected. $P(A \mid B)$

b) " " " Negative " " " "
the person is not infected. $P(A' \mid B')$



* a) $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$$\frac{\frac{1}{200} * \frac{80}{100}}{\frac{1}{200} * \frac{80}{100} + \frac{199}{200} * \frac{5}{100}} =$$

* b) $P(A' \mid B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')}$

$$\frac{\frac{199}{200} * \frac{95}{100}}{\frac{1}{200} * \frac{20}{100} + \frac{199}{200} * \frac{95}{100}} =$$

COLLEGE

Counting Rules :

- Multiplication Rule
- Factorial (!) المضروب
- Permutations $^{n}P_{r}$
- Combination $^{n}C_{r} = \binom{n}{r}$

(Lecture 13)

1 Multiplication principle :

If a 1st operation can be performed in any of n_1 ways, & a second operation can be performed in any of n_2 ways, then both operations can be performed (the second immediately following the 1st) in $(n_1)(n_2)$ ways.

مثلاً عند الذهاب للمطعم، واختيار نوع الوجبة أو المشروب ...
من ساندويش

Restaurant

3 options — Sandwich: Burger, Chees, falafel

2 options — Drinks: Pepsi, Orange juice

meals : (Brger + Orang j), (Burger + Pepsi)
(chees + Orang j), (chees + Pepsi)
(falafel + Orang j), (falafel + Pepsi)

عدد الطرق : عدد طرق اختيار الـ Sanwich * عدد طرق اختيار Drinks

no. of ways = 3 * 2 = 6 ways

Test bank

eg) A fair die is rolled 5 times. What is the prob. that (no) 2 dice show the same no. of spots.

لا — عدد

6 options : 6 ways — صار في شي مختلف غير الأول

sol) $\dfrac{\boxed{6} \times \boxed{5} \times \boxed{4} \times \boxed{3} \times \boxed{2}}{6^5} = \dfrac{720}{7776} = \dfrac{5}{54} = 0.093$

يحتمل ظهور 1,2,3,4,5,6

صار يحتمل غير الي ظهر — has only 5 options

Tree diagram — بدون رسم

2 The factorial — المضروب — $n!$

$n! = n\,(n-1)\,(n-2)\,(n-3) \cdots (1)$

$n \in N = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$

طبيعية — positive integer

$n!$: ضرب اعداد متتالية تبدأ من n وتنتهي بالواحد

COLLEGE

eg. $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5 \times 4! = 5 \times 4 \times 3!$

$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$3! = 3 \times 2 \times 1$

$2! = 2 \times 1$

$1! = 1$

Note $\boxed{0! = 1}$

solve:

$$\begin{Bmatrix} n! = n \rightarrow n = 1 , n = 2 \\ n! = 1 \\ n = 1 , n = 0 \end{Bmatrix}$$

eg. Evaluate:

i) $\frac{10!}{8!} = \frac{10 \times 9 \times \cancel{8!}}{\cancel{8!}} = 90$ أو من خلال الآلة الحاسبة

ii) $\frac{5!}{7!} = \frac{\cancel{5!}}{7 \times 6 \times \cancel{5!}} = \frac{1}{42}$

eg) solve for n:

i) $\frac{n!}{(n-2)!} = 42$

اذا حاولنا

$\frac{n(n-1)\cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}} = 42 \rightarrow (n) = 7 \;/\; (n-1) = 6$

$n(n-1) = 42$ أو من خلال:

$n^2 - n - 42 = 0$

$(n - 7)(n + 6) = 0 \rightarrow \boxed{n = 7} \;,\; n = -6$ تهمل

ii) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 20$ $\frac{(n+1)(n)\cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} = 20$

$(n)(n+1) = 20 \rightarrow \boxed{n = 4}$

$n^2 + n - 20 = 0$ أو من خلال

$(n+5)(n-4) = 0 \rightarrow \underset{\text{نهمل}}{n = -5} \;,\; \boxed{n = 4}$

ليش مهم ال Factorial مثلاً عندي 5 students بدهم يجلسوا على 5 كراسي

اول كرسي محتمل 5 ways الثاني 4 وهكذا!

□ □ □ □ □

$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5! = {}^5P_5$

اذا فائدة Factorial لما امنت $\underline{n}$ object بـ $\underline{n}$ places

3 The permutations $^{n}P_r$: التباديل

$$\boxed{^{n}P_r = \frac{n!}{(n-r)!}}$$

اذا اخترنا عناصر عددها r من مجموعة عدد عناصرها n بحيث يكون ترتيب الاختيار مهمًا مثلًا لكل واحد مهمة معينة.

لما يكون عدد objects اكبر من places

e.g: Evaluate :-

i) $^{10}P_{2} = \frac{10!}{8!} = 90 = \underset{\text{الاول}}{10} \times \underset{\text{الثاني}}{9}$

بكم طريقة يمكن اختيار رئيس منتدى ثقافي ومساعد له وامين سر وامين صندوق مختلفين من بين 10 أعضاء منتسبين لهذا النادي

$^{10}P_{4} = \frac{10!}{(6)!} = \frac{\overset{1}{10} \times \overset{2}{9} \times \overset{3}{8} \times \overset{4}{7} \times \cancel{6!}}{\cancel{6!}}$

* التباديل ← يعتبر الـ fraction حالة خاصة من permutation

$^{10}P_{10} = \frac{10!}{0!} = \frac{10!}{1} = 10!$ $\quad \boxed{^{n}P_n = n!}$

iii) $^{10}P_{9} = \frac{10!}{(10-9)!} = \frac{10!}{1!} = 10!$ $\quad \boxed{^{n}P_n = n! = {}^{n}P_{n-1}}$ Note

iv) $^{100}P_{100} = 100!$ $\qquad$ vi) $^{10}P_{0} = \frac{10!}{10!} = 1$

v) $^{100}P_{99} = (100)!$ $\qquad \boxed{^{n}P_0 = 1}$ Note

vii) $^{10}P_{1} = \frac{10!}{9!} = 10\frac{\cancel{9!}}{\cancel{9!}} = 10$ $\qquad \boxed{^{n}P_1 = n}$ Note

يعني عندي مكان واحد كم عدد الطرق الممكنة لجلوس عشر اشخاص عليه ← 10 طرق

هون طريقة وحدة وهي عدم وضع أحد

* Find the no. of ways of forming four-digit codes in which no digit is repeated. $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = {}^{10}P_4$

eg) solve for n:

i) $${}^{n}P_2 = 6 = \frac{n!}{(n-2)!} = 6 = \frac{n(n-1)\cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}} = 6$$

$$3 \times 2 = 6 \rightarrow \boxed{n=3} \; / \; n-1=2$$

أو من خلال $n(n-1)=6 \rightarrow n^2-n-6=0 \rightarrow (n-3)(n+2)$

$n=3$ ✓ / $n=-2$ يهمل

ii) $${}^{n+2}P_2 = 12 = \frac{(n+2)!}{(n)!} = 12 \rightarrow \frac{(n+2)(n+1)\cancel{(n)!}}{\cancel{(n)!}} = 12$$

$$(n+2)(n+1) = 12 \rightarrow n^2+n+2n+2-12=0 \rightarrow n^2+3n-10=0$$

$$(n+5)(n-2)=0$$

$n=-5$ يهمل / $\boxed{n=2}$ ✓

أو من خلال $4 \times 3 \Rightarrow n+2=4 \rightarrow \boxed{n=2}$

* كم كلمة مكونة من ٣ أحرف يمكن تكوينها من مجموعة الأحرف {م، ن، و، ع، م} علماً بأنه ليس شرطاً أن يكون للكلمة معنى؟

$r=3$ / $n=5$ $\rightarrow {}^{5}P_3 = \frac{5!}{2!} = 5 \times 4 \times 3 = 60$ كلمة

[4] Combinations التوافيق $\binom{n}{r} = {}^{n}C_r$

مثلاً ضمن تصفيات كرة القدم للأمم آسيا، ضمت المجموعة الأولى فرق الدول الآتية: الأردن، السعودية، اليابان، العراق. كم طريقة يمكن اجراء مباريات التصفية النهائية بين هذه الفرق؟ (الاردن، السعودية)، (الاردن، اليابان)، (الاردن، العراق)، (السعودية، العراق)، (السعودية، اليابان)، (اليابان، العراق) ← ٦ طرق ← الترتيب غير ضروري (ليس له معنى) لأن مباراة (الاردن، السعودية) هي نفسها مباراة (السعودية، الاردن)

مجموعة جزئية r تختار من مجموعة عدد عناصرها n : $\binom{n}{r}$

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{{}^{n}P_r}{r!}$$

أي اختيار بدون ترتيب

* معنى digit: هو الأرقام من 0 الى 9

COLLEGE

Evaluate :-

i) $\binom{10}{8}$ ← ${}^{10}C_8$ — محسوبة على Calculater

$$\binom{10}{8} = \frac{10!}{(10-8)!\;8!} = \frac{10\times 9\times \cancel{8!}}{\cancel{8!}\times 2!} = \frac{10\times 9}{2\times 1} = 5\times 9 = 45$$

ii) $\binom{10}{0} = 1$ عندي (10) اشخاص بكم طريقة مطلوب ما اختار ولا واحد ← في طريقة وحدة

$$\binom{10}{0} = \frac{10!}{0!\,(10)!} = \frac{10!}{10!} = 1 \checkmark$$

iii) $$\binom{10}{10} = \frac{10!}{10!\,(0!)} = \frac{10!}{10!} = 1$$

Note: $\boxed{\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1}$

iv) $$\binom{10}{1} = \frac{10!}{9!\,(1!)} = \frac{10\times \cancel{9!}}{\cancel{9!}} = 10$$

مثلاً عندي 10 طلاب بدي اختار رئيس للصف. قداي احتمال ب 10 طرق.

v) $$\binom{10}{9} = \frac{10!}{9!\times 1!} = \frac{10\times 9!}{9!} = 10$$

Note $\boxed{\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n}$

vi) $\binom{100}{99} = 100$

vii) $\binom{1000}{1} = 1000$

viii) $$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!\;3!} = \frac{5\times 4\times \cancel{3!}}{2\times 1\times \cancel{3!}} = \frac{20}{2} = 10$$

ix) $$\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!\;2!} = \frac{5\times 4\times \cancel{3!}}{\cancel{3!}\times 2} = 10$$

Note: $\boxed{\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}}$

eg) solve for n:

i) $\binom{n}{5} = \binom{n}{4} \rightarrow n = 5+4 \Rightarrow \boxed{n=9}$

eg) solve for r:

i) $\binom{9}{5} = \binom{9}{r} \rightarrow 5+r=9 \rightarrow \boxed{r=4}$

or $\boxed{r=5}$ $r = \{4, 5\}$

ii) $\binom{7}{r} = \binom{7}{3} \rightarrow \boxed{r=3}$ or $r+3=7 \rightarrow \boxed{r=4}$

eg) solve for x:

$\binom{6}{x+1} = \binom{6}{4} \rightarrow x+1=4 \rightarrow \boxed{x=3}$ or $x+1+4=6$

$x+5=6 \longrightarrow \boxed{x=1}$

ها معنى $\binom{10}{3}$ بدي اختار 3 من 10 بجي عنا 7 طالع

[illegible] $\frac{10!}{3!\,7!}$ اختيار ③ ← out of n

eg solve i) $\binom{n}{2} = 6$

sol) $\frac{n!}{(n-2)!\,2!} = \frac{n(n-1)\cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}\,2!} = 6$

$4 * 3$

$n(n-1) = 12$

$\boxed{n=4}$

ii) $\binom{n}{n-2} = 10 \rightarrow \frac{n!}{(\cancel{n}-\cancel{n}+2)!\,(n-2)!} = 10$

$5 * 4$

$n(n-1) = 20 \leftarrow \frac{n(n-1)\cancel{(n-2)!}}{2!\,\cancel{(n-2)!}} = 10$

$\boxed{n=5}$

lecture 10 تيمو — موضوع جديد اضافي

* حط بالك اذا بدي ارتب 5 كتب بـ 5 رفوف فهي عددها 5!
* اذا بدي ارتب 5 كتب بـ ٣ رفوف (عدد الـ object اكثر من places) صرنا نحكي $^5P_3$

Distinguishable Permutation — اما موضوع

هاد عادةً بيجي بالكلمات او بان تكون عندي تمييز بين العناصر المتشابهة يعني مثلاً ← مجموعة الاحرف الاتية

AAAABBC ← نكرر A اربع مرات و B مرتين و C مرة واحدة

لو اخذت BB ما في فرق بينا تبديلهن ما في تمييز بينهم فكأني بدي أسقط الحالات المتشابهة

فـ كيف بنحسبوا عدد الطرق ؟!

عدد سبع أحرف عدد طرق ترتيب 7 احرف بـ 7 أماكن هي (7!)

لكن بدكم تختصروا منهم عدد تكرار الـ A (4 مرات) في 4 اماكن عدد طرق ترتيبهم هو (4!) (معروف عدد TYPE1) نفس الشي B عندي حرفين عدد ترتيبهم (2!) (معروف عدد TYPE 2) والـ C هي (1!) (معروف عدد TYPE 3)

$$\frac{7!}{4! * 2! * 1!} \Rightarrow \frac{7.6.5}{2} = 105$$

The number of distinguishable permutation of n object, where n_1 are of one type, n_2 are of another type, and so on, is

$$\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot n_3! \cdots n_k!}$$

where $n_1 + n_2 + n_3 + \cdots n_k = n$

Example: A building (بناء) contractor (مقاول) is planning (خطط) to develop a subdivision. The subdivision is to consist of 6 one-story houses, 4 two-story houses, and 2 split-level houses. In how many distinguishable ways (المطلوب ان افرق/أميز بينهم) can the houses be arranged?

يعني بده يعمل مجموعة مباني الاول نوعه منه ستة من النوع الاول و 4 من النوع الثاني (بشبه بعض) واثنين من النوع الثالث الاصل عدد طرق ترتيبهم 12! لكن لانه في منهم شبه بعض فتبديلاتهم ما بفرق معنا حل الحل:

$$\frac{12!}{6! * 4! * 2!}$$

eg. If we have 7 books (3 Math books & 4 statistics book) & we need to arrange them on a shelf that can take: يتسع

i) 7 books   ii) 5 books   iii) 7 books but we need the math books to be beside each other.

Sol)

٧ اماكن على الرف

i) $\boxed{7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1} = 7!$ حالة خاصة من permutation
٧ كتب بـ ٧ اماكن

ii) الرف يسع لـ 5 كتب

$\boxed{7 * 6 * 5 * 4 * 3} = {}^{7}P_{5} = (2520)$ ٧ كتب بـ 5 اماكن
٢ رح يضل كتابين ما هم موضوعين على الرف

5 اماكن على الرف .

مهم iii)

Type (1) Math   ٧ اماكن (4) statistics

$\boxed{M_1\ M_2\ M_3 \mid S_1 \mid S_2 \mid S_3 \mid S_4}$

1   (4)

هون بدنا نضع 3 كتب رياضيات جانب بعض كأنهم كتاب واحد جانب واحد .

Total = 5 → وكأنه 5 كتب بـ 5 اماكن !5

$5! * 3!$

عدد ترتيب (5) Books 1 M واحد و 4 statistics

عدد ترتيب (3) M Books

$\boxed{M_1\ M_2\ M_3}$ او (M_1, M_3, M_2) (M_2, M_3, M_1)
(M_2, M_1, M_3) او (M_3, M_1, M_2) او (M_3, M_2, M_1)

In how many ways can we make a 4-digit numbers from the set $\{0,1,2,3,4,5\}$ if: ممنوع اول digit يكون 0

6 عناصر / ارقام

a) repeatition is allowed.   مسموح التكرار

b) " = is not allowed   التكرار غير مسموح

0 cannot be

الوف   مئات   عشرات احاد

a) $\cancel{6}5 * \cancel{5}6 * \cancel{5}6 * \cancel{4}6 = \cancel{120}\ 1080 = \cancel{625}\ \cancel{256}$

0 ممنوع

b) $5 * 5 * 4 * 3 = \cancel{5*4*3*2*1} = \cancel{120}\ \cancel{24}\ 300$

0 ممنوع

COLLEGE

درجه اضمن   بدون شروط

e.g) repeat the previous to construct a 4-digit even number

حتى يكون العدد even لازم اول خانة (الاحاد) يكون even

عشان فات الوقت .   الاحاد → zero

a)) not zero ← | 5 | 6 | 6 | 1 even | = 360

→ 2/4

| 5 | 6 | 6 | 2 | = 180

+

540

او عادي يجوز التكرار مباشرة بدون تجزئة .

→ zero/2/4

not zero ← | 5 × | 6 × | 6 × | 3 |

b)) لا يجوز التكرار .

اذا صورة التجزئة .

موجودة   ليس موجودة   → zero

not zero ← | 5 | 4 | 3 | 1 | = 60

→ Not zero (2/4)

| 4 | 4 | 3 | 2 | = 96

156 ways

دائما نبدأ من الخانة التي عليها الشرط .

ليش اول خانة ممنوع تكون صفر . لأنه

4-digit no. ← مكون من 5 2 3 4

3-digit no. ← مكون من 0 2 3 4

بما

e.g) There are 5 students in a class. What is the prob. that :-

a) no 2 students in the class have the same birthday.

b) all the students in the class have the same birthday.

c) Exactly 2 students in the class have the same birthday.

d) Exactly 3 students 〃 〃 〃 〃 〃 〃

باعتبار ايام السنة 365 يوم. / الاحتمالية = $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$

a)) كل طالب هيكون ليه واحد من الايام (365) يوم ← عدد الطرق $^{365}P_5$ ولازم يبقى الاحتمال ف على

كل عناصر Ω وهي $(365)^K = (365)^5$ يعني وتأخذ repeated

$$\frac{\boxed{365}\ \boxed{364}\ \boxed{363}\ \boxed{362}\ \boxed{361}}{\boxed{365}\ \boxed{365}\ \boxed{365}\ \boxed{365}\ \boxed{365}} = \frac{^{365}P_5}{(365)^5}$$

b)

$$\frac{(365) * 1 * 1 * 1 * 1}{(365)^5} = \frac{1}{(365)^4}$$

c)

$$\binom{5}{2} \frac{(365) * 1 * (364) * (363) * (362)}{(365)^2} = \frac{^{365}P_5}{(365)^2} \binom{5}{2}$$

d)

$$\frac{(365) * 1 * 1 * 364 * 363}{(365)^2} \binom{5}{3}$$

eg) A lot شحنة consits of 1100 distinct items. There are 4 percent defective items in the lot.
4% لـ What is the prob. that a random sample
فيها خلل معطوب of size 50 items contains:
a) exactly 4 defective items.
Test Bank → b) at most 2 " " .
c) at least 3 " " .

فيها خلل D	لا يوجد فيها خلل D'
44	1056

عينة عشوائية → sample random

50 items

$\Omega = 1100$

no. of D $= \frac{4}{100} * 1100 = \boxed{44 \text{ items}}$ Defective

D' للشحنة كاملة $= 1100 - 44 = \boxed{1056 \text{ items}}$ not defective

a) P(4 defective) = P(4D, 46D')

توافق $\binom{44}{4}\binom{1056}{46}$

العدد الكلي لـ sample space $n\Omega$ → توافق $\binom{1100}{50}$

random / At the same time / Selecte / عشوائية يعني هنا Compination / التوافيق / nCr / اختيار

$\binom{44}{40}$ بتعطي $\binom{44}{4}$ ممكن يعطي خيارات مثلا بدل

وما equal ..

so that Be carful

b)) $P(D \leq 2)$ من المسحوبين بالنسبة المئوية

$= P(D=2) + P(1D) + P(0D)$

$P(2D, 48D') + P(1D, 49D') + P(0D, 50D')$

$$\frac{\binom{44}{2}\binom{1056}{48}}{\binom{1100}{50}} + \frac{\binom{44}{1}\binom{1056}{49}}{\binom{1100}{50}} + \frac{\binom{44}{0}\binom{1056}{50}}{\binom{1100}{50}}$$

complement

c) $P(D \geq 3) = 1 - P(P \leq 3)$

$1 - P(D \leq 2)$

$1 -$ Answer in (b)